

infrastructure asset management sector: Applications, robotic platforms, sensors, and algorithms. Expert Systems with Applications. Volume 232. 1 December 2023. 120897. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120897>

2. Abdilla, A. Richards, S. Burrow, Power and endurance modelling of battery-powered rotorcraft. 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (IEEE, 2015). Pp. 675–680.

3. Srivatsan Krishnan, Zishen Wan, Kshitij Bhardwaj, Ninad Jadhav, Aleksandra Faust, Vijay Janapa Reddi. Roofline Model for UAVs: A Bottleneck Analysis Tool for Onboard Compute Characterization of Autonomous Unmanned Aerial Vehicles. To Appear in 2022 IEEE International Symposium on Performance Analysis of Systems and Software Preprint Version. April 2022.

4. 参数共振和Floquet理论. URL: <https://zhuanlan.zhihu.com/p/670746166> (date of circulation 25.02.2025).

DOI <https://doi.org/10.36059/978-966-397-502-3-55>

Сиваш С. Б.,

*кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри математики, фізики та астрономії
Одеського національного морського університету
м. Одеса, Україна*

ДО ПИТАННЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИТРАТ У МОРСЬКОМУ ТРАНСПОРТІ

Важливим аспектом розвитку морської галузі України під час війни є наукові дослідження, метою яких є мінімізація витрат на морські перевезення та оптимізація маршрутів. Побудова та дослідження математичних моделей спирається на методи математичного аналізу та оптимального управління. Деякі з таких моделей для задач водної інженерії досліджуються в роботі [2].

Розглянемо задачу регулювання швидкістю судна у змінних умовах плавання. Вважаємо спротив води F руху судна пропорційним (у відносних одиницях) квадрату швидкості руху, а потужність силової установки N – кубу швидкості. Нехай S шлях, а v – швидкість. Тоді

$$F = \gamma_1 v^2 = \gamma_1 \left(\frac{dS}{dt} \right)^2 ; N = \gamma_2 v^3 = \gamma_2 \left(\frac{dS}{dt} \right)^3 .$$

Також припустимо, що інтенсивність q витрат палива силовою установкою (вимірюється у кг/год) пропорційна кубу швидкості:

$$q = \gamma v^3 = \gamma \left(\frac{dS}{dt} \right)^3.$$

Взагалі, величини γ , γ_1 , γ_2 є функціями і залежать від поточних координат, завантаження судна та ін. Будемо вважати γ , γ_1 , γ_2 функціями від S :

$$q = \gamma v^3 = \gamma(S) \left(\frac{dS}{dt} \right)^3 \quad (1)$$

Виразимо повні витрати палива G на проходження перегону довжини S_0 за час T :

$$G = \int_0^T q dt = \int_0^T \gamma(S) \left(\frac{dS}{dt} \right)^3 dt. \quad (2)$$

Сформулюємо задачу керування. Знайти закон зміни швидкості руху судна v , який забезпечує мінімум витрат палива при проходженні перегону довжини S_0 за час T у порівнянні з усіма іншими режимами руху по тій же траєкторії. Інакше кажучи, необхідно знайти $S(t)$ або $v(t)$ при $S(0)=0$; $S(T)=S_0$, що забезпечує мінімум інтегралу (2). Відповідно до [1, с. 94] функція $q(t)$ має задовольняти рівняння Ейлера. У даному випадку рівняння Ейлера має вигляд:

$$F - y'F'_y = c \quad \text{або} \quad y'F'_y - F = c, \quad (3)$$

$$\text{де} \quad F = q = \gamma(S) \left(\frac{dS}{dt} \right)^3, \quad F'_y = 3\gamma(S) \left(\frac{dS}{dt} \right)^2. \quad (4)$$

Тоді $q - 3q = c$; $q = c_1 = \text{const}$. З цього випливає, що витрати палива мають бути сталими. З рівнянь (3), (4) виразимо швидкість:

$$2\gamma v^3 = c; \quad v = \sqrt[3]{\frac{c}{2\gamma(S)}}.$$

Таким чином, швидкість руху судна визначається законом розподілу коефіцієнта $\gamma(S)$ по трасі. Функція $\gamma(S)$ залежить в основному від осадки, тобто завантаження. Щоб правильно визначити швидкість ходу, потрібно знати прогнозоване завантаження вперед по

трасі. Тоді можна скласти функцію $\gamma(S)$ та відповідне оптимальне керування.

Варіаційним методом можна визначити закон витрат палива у випадку узагальнення умови (1):

$$q = q\left(S, \frac{dS}{dt}\right) = q(S, v)$$

Тоді інтеграл (2) набуває вигляду

$$G = \int_0^T q\left(S, \frac{dS}{dt}\right) dt = \min$$

Рівняння Ейлера $\frac{\partial q}{\partial S} - \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial q}{\partial v} = 0$ переходить у рівняння $v \cdot \frac{\partial q}{\partial v} - q = c$, де c визначається з умови $S(T) = S_0$.

Важливо, що ці результати можна застосувати для будь-якого транспортного засобу. Вивчення таких задач забезпечує якісну підготовку фахівців морської галузі і є необхідною складовою базових курсів відповідних технічних університетів

Список використаних джерел:

1. Моклячук М. П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Київ : ВПЦ «Київський університет». 2009. 380 с.
2. Сиваш С. Б., Соколовська Г. В. Математичні методи в задачах водної інженерії. *Таврійський науковий вісник*. 2022. Вип. 1. С. 175–180.