

pertaining to the PS network was systematically gathered, and a detailed procedure for data pre-processing and encoding was subsequently put forward. The actual susceptibility rating for each PS is then conducted utilising a developed generalised model. To facilitate the comprehension and interpretation of the assessment outcomes, the application of fuzzy set theory, specifically using trapezoidal membership functions, is proposed. This intelligent IT for PS susceptibility rating is ultimately realised as a decision support system (DSS). The end-user (decision-maker), upon entering site-specific data corresponding to the susceptibility criteria of a given PS, obtains a preliminary susceptibility score along with a clear explanation of the derivation methodology. A core element of the DSS is a meticulously curated knowledge base containing pre-evaluated PS data, which possesses the functionality for dynamic editing and expansion. The deployment of the suggested intelligent IT for multi-factor PS susceptibility assessment, and the resultant DSS, provides a robust capability for evidence-based decision-making concerning the evaluation of potentially vulnerable facilities and effective risk mitigation.

Keywords. Petrol station, intelligent information technology, decision support system, multi-factor decision-making analysis, hazard events, fuzzy logic, analytic hierarchy process.

UDC 004.89:519.8:681.518

DOI <https://doi.org/10.36059/978-966-397-538-2-20>

УДОСКОНАЛЕННЯ ПОШУКУ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОКАРДІОГРАМ ЗА ДОПОМОГОЮ ОПТИМІЗАЦІЇ НА ОСНОВІ ВЕЙВЛЕТ-ФУНКЦІЇ

Д. Кошутіна^{1[0009-0004-1326-8775]}, Dr.Sci. С.Антошук^{1[0000-0002-9346-145X]},

Dr.Sci. Г.Щербакова^{3[0000-0003-0475-3854]}

Національний університет «Одеська політехніка», Ukraine

EMAIL:¹d.v.koshutina@op.edu.ua, ²asg@op.edu.ua,

³galina.sherbakova@op.edu.ua

Анотація. Досліджено та розроблено методи оптимізації для мультимодальної зашумленої цільової функції в задачах автоматизації технічної та медичної діагностики. Використовуючи можливості вейвлет-перетворення, цей метод дозволяє визначити координату екстремуму зашумленої або мультиекстремальної цільової функції. Така властивість може бути необхідною в широкому спектрі застосувань, наприклад, при моніторингу якості обладнання критичних застосувань, при моніторингу електрокардіограми. При розробці автоматизованих систем (АС) та їх процедур на основі обробки зображень часто виникає необхідність

потрапляти в заданий діапазон ефективності, що відповідає цілям обробки (область прагматичної достатності). Це може відбуватися з удосконаленням ліків у медицині, зі зміною умов спостереження в системах відстеження рухомих об'єктів. Тому важливо створювати процедури для таких систем, що дозволяють коригувати параметри. Оскільки значна частина процедур таких АС (ідентифікація, кластеризація та сегментація) реалізується на основі методів оптимізації, необхідні методи оптимізації, що дозволяють визначати такі діапазони параметрів. Апарат вейвлет-аналізу дозволяє розширити можливості методу оптимізації. Під час визначення координати екстремуму можна використовувати відому властивість вейвлет-перетворення для зміни знаку при проходженні через екстремум. Запропоновано та досліджено метод оптимізації на основі вейвлет-функції Хаара. Описано реалізацію цього методу. Запропонована методика може бути використана в широкому спектрі важливих застосувань, що характеризуються високим рівнем шуму.

***Ключові слова:** оптимізація, вейвлет-перетворення, вейвлет-функція Хаара, вейвлет-домен, субградієнт.*

1. Вступ та постановка проблеми

Важливою тенденцією сучасних інформаційних технологій є орієнтація на розробку ефективних систем діагностики на основі розпізнавання образів [1-9]. Аналіз існуючих високовартісних систем технічної та медичної діагностики показав, що вони орієнтовані на обробку великих обсягів даних. Крім того, методи обробки діагностичних параметрів у таких системах вимагають багато досліджень для зміни асортименту продукції в технічній діагностиці та у випадку досліджень (наприклад) нових лікарських засобів у медичній діагностиці. Зрозуміло, що зростання обсягів досліджень може призвести до підвищення ефективності, але в таких умовах також зростає споживання ресурсів.

Відомо, що оптимізація є основною процедурою в класифікації, кластеризації, сегментації, фільтрації [1, 4, 7, 8, 9]. Попередній аналіз показав, що цільова функція таких процедур може бути з шумом, оскільки дослідження часто проводяться з використанням малих наборів даних. Більше того, ця цільова функція може бути мультимодальною. У таких умовах існуючі методи оптимізації не задовольняють вимоги практики. Градієнтні методи оптимізації мають низьку стійкість до шуму та високу чутливість як до локального екстремуму, так і до початкової точки пошуку. Субградієнтні методи оптимізації мають низьку точність, що суттєво знижує ефективність діагностики. Для вирішення суперечностей між вищезазначеними методами оптимізації авторами було запропоновано методи оптимізації, що базуються на оцінці напряму пошуку екстремуму з допомогою вейвлет-перетворення (ВП) [1, 4, 8, 9]. Результатом його роботи є точкова оцінка координати екстремуму, яка може бути використана в ряді інформаційних технологій та автоматизованих систем (АС) діагностування на їх основі [4, 8, 9].

Однак, при розробці таких автоматизованих систем та їх процедур на основі обробки зображень [1-9] часто виникає необхідність потрапляти в заданий діапазон ефективності, що відповідає цілям обробки (область прагматичної достатності) [10]. Це може відбуватися з удосконаленням лікарських засобів у медицині, зі зміною умов спостереження в системах відстеження рухомих об'єктів [4, 7, 8, 10]. Тому важливо створювати процедури для таких систем, що дозволяють коригувати параметри. Оскільки значна частина процедур таких АС (класифікація, кластеризація та сегментація) реалізується на основі методів оптимізації, необхідні нові методи оптимізації, що дозволяють визначати такі діапазони параметрів.

Апарат вейвлет-аналізу дозволяє розширити можливості методу оптимізації, запропонованого в роботі. Він дозволяє отримати результат у вигляді кількох діапазонів (звужувальних областей), в яких знаходиться екстремум. Ці області визначаються обмеженнями у вигляді нерівностей. При визначенні цих обмежень можна використовувати відому властивість вейвлет-аналізу змінювати знак при проході через екстремум [8, 9]. Такий підхід також може бути використаний у вищезгаданих застосуваннях [10, 12].

2. Аналіз методів оптимізації для систем діагностики

Для аналізу існуючих методів оптимізації розглянемо розв'язок оптимізаційної задачі, за допомогою якого можна знайти екстремум критерію оптимальності [13]

$$J(c) = E\{Q(x, c)\}, \quad (1)$$

де E - оператор математичного очікування; $Q(x, c)$ - функціонал від вектору параметрів $c = (c_1, \dots, c_N)$, який залежить від $x = (x_1, \dots, x_M)$ - вектору шуму.

Для більшості задач оптимізації в системах технічної та медичної діагностики явна форма для $J(c)$ невідома. Поверхня $J(c)$ в таких системах може бути мультимодальною і мати характер поверхні типу «яр». Це може бути пов'язано з особливостями задачі, технічними можливостями та вартістю вимірювань. Крім того, це може бути викликано малою кількістю вибірок параметрів, які було можливо отримати під час вимірювань.

Існуючі методи оптимізації діляться на два класи.

До першого класу відносяться методи глобальної (мультіекстремальної) оптимізації. Перша група таких методів глобальної оптимізації ґрунтується на послідовних багатократних запусках традиційних методів локального (детермінованого чи стохастичного) пошуку з різних стартових точок з області визначення. Важливо пам'ятати, що методи детермінованого локального пошуку на основі оцінок першої та/або другої похідної відрізняються низькою завадостійкістю [11, 13].

Один з можливих підходів до вирішення задач оптимізації з багатьма екстремумами полягає в сполученні методів локальної оптимізації з певною

процедурою перебору початкових точок. Наприклад, можна проводити спуск методом спряжених градієнтів з вершин рівномірної сітки, яка покриває область апіорної локалізації мінімуму. Вихідні «пробні точки» можна розташовувати і іншим чином. Наприклад, можна використовувати підхід на базі «більш рівномірного» розташування точок старту в багатовимірному паралелепіпеді, ніж у вершинах прямокутної сітки [14, 15]. Таким чином можна знизити кількість «пробних точок» до кількох десятків. Процес чергової локальної мінімізації при цьому пропонують завершувати, якщо вже дісталися до дослідженої раніше зони локального мінімуму, або значення функції, що піддається мінімізації, в грубо знайденому локальному мінімумі значно більше вже досягнутого екстремуму.

До окремої групи можна віднести методи, в котрих глобальний пошук реалізований як єдиний ітеративний процес. Для цього алгоритм має володіти можливістю «виходити» з локальних мінімумів.

Одним з прикладів такого підходу є метод «важкої кульки» [11]. Ітеративна схема пошуку координати екстремуму цього відомого методу наступна

$$x(k+1) = x(k) - \alpha \nabla f(x(k)) + \beta (x(k) - x(k-1)).$$

Зрозуміло, що у випадку, коли $\nabla f(x(k)) = 0$, але $x(k) \neq x(k-1)$, то можна отримати $x(k+1) \neq x(k)$, тобто метод не буде «застригати» в стаціонарній точці. Тут, як правило, приводять пояснення, а саме про переміщення важкої кульки по нерівній поверхні. У випадку, коли швидкість кульки достатньо велика, то вона буде оминати неглибокі западини. Продовжуючи цю аналогію, можна зауважити те, що кулька може лишитися в більш глибокому мінімумі та вже не вийти з нього. Це і є важливим недоліком цього методу.

Відомим також є так званий «метод яру». Автори пропонують використовувати такий метод у випадку, коли є апіорна інформація про цільову функцію, тобто відомо, що вона слабо змінюється по певним напрямкам (тим, що створюють дно яру), і більш змінюється по іншим напрямкам (повз схили яру).

Прикладом функції типу «яру» з одним екстремумом може бути квадратична функція з погано обумовленою матрицею. Метод оснований на чергуванні кроків «спуску» (вони проводяться обраним локальним методом (звичайно на основі градієнту)) – ці кроки дозволяють досягти область дна яру, і кроків по дну «яру». Винайдені в результаті точки з малими значеннями $f(x)$ далі уточнюються з допомогою більш потужних локальних методів. Метод не вільний від певних недоліків. По-перше, досить складним є вибір довжини кроку по дну «яру» (як вона велика – метод оминає багато мінімумів, якщо мала – метод не відстежує напрям дна яру і переміщення стає хаотичним). По-друге, напрям кроку по дну яру залежить від значної кількості обставин (прийнятої точності локальних спусків, розташування попередньої точки та

інш.). Тобто потрібна апіорна інформація не тільки про тип цільової функції, а й про особливості пошуку на певній її поверхні.

Ідеї «методу яру» використовуються у відомому підході «спуск-підйом-перевал» [11]. В цьому методі процес пошуку глобального мінімуму розділений на три етапи, які повторюються циклічно.

На етапі спуску (наприклад, з допомогою методу спряжених градієнтів) здійснюється пошук локального мінімуму. На етапі підйому здійснюється вихід з зони мінімуму. Зсув при цьому відбувається по напрямку «найповільнішого підйому». Цей напрям визначається наступним чином.

В точці $x(k)$ здійснюється побудова функції $f(x(k)) = f(x) - (\nabla f(x(k)), x)$. При цьому перевіряються відомі умови: як перша похідна дорівнює нулю, а друга похідна більша за нуль, тоді $x(k)$ – точка локального мінімуму, а якщо знак другої похідної визначити не можна, то $x(k)$ – сідлова точка для $f(x(k))$ [11].

Далі з точки $z(0) = x(k) + \varepsilon d(k-1)$ (де $d(k-1)$ – напрям попереднього кроку, ε – параметр) здійснюють кілька кроків градієнтного методу для $f(x(k))$, а саме

$$z(i+1) = z(i) - \gamma \nabla f(z(i)).$$

Далі, якщо точки $z(i)$ прагнуть до $x(k)$ – напрям $d(k) = (z(i) - x(k))/\|z(i) - x(k)\|$ обирають в якості напрямку підйому. Далі робиться крок $\bar{x}(k+1) = x(k) + \lambda(k)d(k)$ та градієнтний крок з $\bar{x}(k+1)$, який приводить до нової точки $x(k+1)$, де повторюється етап підйому. Якщо ж точки $z(i)$ віддаляються від $x(k)$, виконують етап визначення перевалу [11].

При цьому вектор $d(k) = (z(i) - x(k))/\|z(i) - x(k)\|$ задає напрям руху на перевал, котрий виконується в сполученні з градієнтним спуском після кожного кроку. При проходженні перевалу (критерієм є зміна знаку величини $(\nabla f(x(k+1)), d(k))$) починається спуск в новий локальний мінімум. Розділення пошуку на етапи у випадку багато екстремальної функції автор [11] вважає більш доцільним, ніж одноманітна процедура зсуву в «методі яру». Серед підходів до пошуку екстремуму багато екстремальних функцій можна також виділити стохастичні евристичні методи. Серед них превалюють наступні два підходи. В першому випадку це методи випадкового пошуку (при їх обчисленні випадковість вноситься в процес мінімізації), в другому випадку будують ту чи іншу модель функції, що мінімізується.

Методи першої групи для пошуку екстремуму у вказаних умовах використовують методи локальної оптимізації плюс певні «великі кроки», що дозволяють вийти з області локального екстремуму. Однак, як стверджує автор [11] такий підхід близький по характеристикам до методу повного перебору.

Методи другої групи виконують обчислення значень цільової функції в наборі обраних точок та на основі цього роблять певні висновки про її

значення в інших точках. Ці методи мають певні складності як з визначенням апостеріорних ймовірностей, так і з процедурою пошуку «найбільш перспективної» точки [11]. Незначно підвищити завадостійкість локального пошуку дозволяють методи на основі субградієнта [11] та стохастичні методи [11, 13]. Через багаторазовий запуск пошукової процедури підхід вимагає значних витрат часу та/або мультипроцесорної комп'ютерної реалізації [13, 16]. Через те, що для подібних методів доведено збіжність лише до локального екстремуму, їх часто називають методами «approximate minimization» [17]. Друга група таких методів – методи інтервальної глобальної оптимізації [18, 19, 20, 21]. Детерміновані методи цієї групи засновані на адаптивному дробленні області визначення цільової функції на інтервали зі стратегії «гілок та границь» [18, 20, 21].

Вони доказово дозволяють знаходити гарантовані двосторонні межі координат екстремуму. На етапах пошуку в межах інтервалу ці методи можуть використовувати локальний пошук, що знижує їхню перешкодостійкість. У зв'язку з цим і для скорочення часу пошуку їх рекомендують застосовувати за невисокої розмірності цільових функцій [20, 21].

Стохастичні методи цієї групи засновані на інтервальному оцінюванні по підобластях з рандомізацією управління їх виконанням на основі випадкового пошуку [20, 21, 22]. Такий підхід за рахунок відмови від доказовості та/або суто детерміністського характеру інтервальних методів оптимізації дозволяє покращити обчислювальну ефективність (скоротити час пошуку екстремуму) на низькі цільових функцій [20, 21].

Третя група методів базується на основі різних перетворень.

До першої підгрупи належать раціональні селективно-усереднювальні методи [23, 24]. Використовують два етапи пошуку. На етапі пошуку області глобального екстремуму вони використовують регулярні та стохастичні методи. При евристичному виборі селективного перетворення на другому етапі використовують інформацію про характер цільової функції та її головного екстремуму в області визначення [23].

До другої підгрупи відносять методи на основі вейвлет-перетворень (ВП). Евристичні методи цієї підгрупи застосовують властивість ВП знаходити спеціальні точки цільових функцій з багатьма екстремумами (наприклад, сигналів електрокардіограм) [25, 26]. Через евристичний вибір ВП в рамках особливостей прикладної задачі, адаптивні процедури сортування та порівняння з порогом при пошуку глобального екстремуму такий підхід може за часовими витратами наблизитися до методів першої групи.

Методи оптимізації з ВП, засновані на детермінованому пошуку [27, 28], дозволили підвищити завадостійкість і ймовірність виходу в область глобального екстремуму для різних процедур на основі пошуку зашумлених, мультиекстремальних цільових функцій [4].

З використанням їх для багатовимірних цільових функцій на значній області визначення з поетапним підвищенням точності пошуку з допомогою різних ВП – зростають і часові витрати [27, 28].

Зменшити витрати часу дозволяє, наприклад, ареальний метод з ВП на основі вейвлет-функції Хаара [12]. Використовуючи відому властивість ВП змінювати знак під час переходу через екстремум, цей метод дозволяє визначати набір обмежень у вигляді нерівностей. Ці обмеження визначають набір вкладених областей (інтервалів) з високою ймовірністю, що містять глобальний екстремум при зниженні часових витрат [12]. Вибір критерію зупинки може базуватися на прагматичній достатності [10].

Відомо, що в загальному випадку завдання глобальної оптимізації є важкорозв'язним [20, 21]. Так, доведено, що з поліноміальної цільової функції необхідні щонайменше, ніж експоненціальні (залежно від розмірності) витрати [20, 21]. За межами класу опуклих цільових функцій розв'язання задачі глобальної оптимізації є NP складним [20, 21, 29].

Ці методи відрізняються способом вибору початкових точок пошуку оптимуму, кількістю початкових точок, процедурами спуску до мінімуму та способами вибору значень змінних, що впливають на цільову функцію. Основними недоліками цих методів є обчислювальна складність і висока вартість обладнання при використанні багатопроцесорного методу [16, 23, 30].

До другого класу відносяться методи локальної оптимізації, які орієнтовані на оптимізацію з оцінками значень цільових функцій, або перших (других) похідних. Ці методи називаються методами нульового порядку, методами з оцінкою першої або другої похідних відповідно [11, 31-33].

В прикладних задачах, що розглядаються, вимірювання діагностичних параметрів можуть проводитися з похибками. Результати цих вимірювань можуть мати шуми. Кількість таких вимірювань може бути невеликою. За цих умов поверхні цільової функції, наприклад, у класифікації, можуть бути типу «долини» (яру), можуть бути з шумом та можуть бути мультимодальними.

Через складний характер цільових функцій важко отримати точні оцінки похідних і вибрати напрямок до екстремуму. Це основне джерело похибок існуючих методів локальної оптимізації в таких заданих умовах. Усі ці методи чутливі до шуму цільової функції. Наприклад, метод Ньютона використовує оцінки других похідних, і методи, засновані на цьому підході, можуть розходитися в разі високого рівня абсолютного шуму. За наявності шуму швидкість збіжності узагальненого методу Ньютона зводиться до швидкості збіжності градієнтних методів [11]. Іншим недоліком модифікацій методів Ньютона є великі обчислювальні витрати для знаходження власних векторів симетричних чисел матриці [11, 31].

Методи, засновані на оцінці градієнта (першої похідної) за наявності адитивного шуму, приводять лише до околиці екстремуму [11]. Крім того, для методів першої похідної – званих «методами квазіНьютона» (методи Бройдена, Девідона-Флетчера-Пауелла, Бройдена-Флетчера-Голдфарба-Шанно) – похибка збільшується у випадку оцінки гессіану за допомогою градієнтних вимірювань [31]. Серед методів локальної оптимізації методи нульового порядку орієнтовані на мінімізацію лише недиференційованих

розривних функцій. Однак їх загальним недоліком є низька швидкість збіжності.

Тому використовуються субградієнтні методи оптимізації. Вони засновані на ітераційній схемі заміни градієнта на випадкову субградієнтну функцію [11]

$$c(k+1) = c(k) + \gamma(k) \partial f(x, c(k)), \quad (2)$$

де k – це номер ітерації; $\partial f(x, c(k))$ – субградієнт; $\gamma(k)$ – крок на k -ій ітерації.

Але субградієнтні методи мають невисоку точність, повільну швидкість збіжності і, залежно від прийнятого субградієнта оцінки, можуть не задовольняти вимогам завадостійкості [11]. Збіжність субградієнтних методів оптимізації прискорюється за рахунок скорочення оптимальної області пошуку результатами попередніх ітерацій. Однак реалізація цих методів може включати велику кількість додаткових обчислень за одну ітерацію. Багатоступінчасті методи оптимізації дозволяють підвищити завадостійкість у цьому випадку, але визначення їх параметрів є надто складним [13].

Підводячи підсумок, можна зробити висновок, що методи обох класів характеризуються низькою суперечливих рис. Методи оптимізації з оцінкою градієнта мають низьку похибку, але (через специфіку оцінки градієнта) мають низьку завадостійкість, високу чутливість до локального екстремуму та початкової точки пошуку, слабку збіжність у цільових функціях типу «долина» (яр). Методи субградієнтної оптимізації, у свою чергу, характеризуються низькою точністю.

У підсумку слід зазначити, що для випадку, коли автоматизовані системи технічної та/або медичинської діагностики виконують обробку даних і діагностичні операції над малими масивами даних з можливою наявністю шуму, обробки цільових функцій з багатьма екстремумами, потрібно досліджувати та/або удосконалювати нові завадостійкі методи оптимізації. В цьому аспекті можна навести дослідження удосконаленого авторами методу, присвяченому визначенню параметрів сигналів електрокардіограм (ЕКГ) [28].

3. Обґрунтування методу оцінки координат екстремумів періодичних сигналів для визначення R-R інтервалів ЕКГ

Сучасний рівень обробки даних, наприклад, у телемедицині, часто вимагає аналізу нестационарних періодичних сигналів. Електрокардіограми є прикладом таких сигналів. Як правило, при діагностиці серцево-судинних захворювань за допомогою ЕКГ проводяться три етапи обробки даних: попередня обробка, ідентифікація (виділення ознак) та класифікація [7]. У цьому випадку часто вимірювання таких сигналів не дозволяє позбутися шумів. Ці шуми виникають як під час реєстрації сигналів, так і під час передачі даних по лініях зв'язку [35, 36, 37, 38]. Етап попередньої обробки спрямований на усунення таких шумів. Для усунення цих особливостей сигналу ЕКГ часто використовуються низькочастотні та високочастотні фільтри та/або вейвлет-обробка [7]. Сигнали ЕКГ мають складні часово-

частотні характеристики з високочастотною та низькочастотною складовими, часто зі спектром з перекриттям [39] корисного ЕКГ-сигналу та шуму. Це може призвести до зниження достовірності діагностики [38]. За даними [7, 40] відповідно до протоколів медичних досліджень, під час ідентифікації виділяють ознаки, які дозволяють розрізняти особливості досліджуваних захворювань. Через високу варіабельність частоти серцевих скорочень при ряді захворювань буває важко отримати великі набори даних навіть від одного пацієнта [7]. Крім того, існує велика кількість методів, спрямованих на автоматизацію процедури ідентифікації. Серед цих методів ідентифікації можна виділити три групи: методи, що виділяють ознаки змін амплітуди та частоти серцевих скорочень з часом, методи, що виділяють спектральні параметри ЕКГ-сигналів, та методи, що дозволяють визначати як часові, так і частотні характеристики ЕКГ-сигналу – вейвлет-методи обробки. Завдяки різноманітності методів, важливим завданням є зменшення розмірності набору ознак, що дозволяє зменшити обчислювальні витрати та підвищити продуктивність на етапі класифікації [11, 12, 13]. Так, наприклад, на цьому етапі використовуються такі методи вибору ознак, як методи, спрямовані на рекурсивне зменшення набору ознак; генетичні та ройові алгоритми [7, 44], методи дисперсійного аналізу [7, 44]. Зменшення обсягу оброблюваних даних до етапу ідентифікації дозволяє використовувати вейвлет-перетворення (ВП) для аналізу ЕКГ [4, 7, 45]. За допомогою цього аналізу досліджуваний сигнал розкладається на набір вейвлет-функцій (ВФ) [45]. Ці функції враховують часовий зсув та зміни масштабу вихідної ВФ [36]. Отже, обробка за допомогою ВФ дозволяє враховувати часові та частотні особливості сигналу, отримуючи набір коефіцієнтів для подальшої обробки [35].

Через складність завдань методи обробки ЕКГ на сучасному етапі різноманітні [46]. Таким чином, відомі підходи до аналізу ЕКГ, засновані на теорії хаосу, поєднанні статистичних, геометричних та нелінійних ознак варіабельності серцевого ритму, RPCA - рекурсивному аналізі головних компонент, SPSA - методі стохастичної апроксимації одночасного збурення, FDBT - методі на основі першої похідної, SDBT - методі на основі другої похідної, методі на основі перетворення Гілберта та інших [7]. Деякі з цих методів, наприклад, методи, засновані на оцінці першої та другої похідних в умовах оцінки параметрів нестационарного сигналу ЕКГ з багатьма екстремумами, можуть мати низьку завадостійкість та/або підвищену похибку. Ряд авторів використовують один з рівнів обробки з WT як вектор класифікації для подальшої класифікації [47].

Інший підхід передбачає оцінку статистичних характеристик сигналу ЕКГ після обробки за допомогою вейвлет-функцій [42]. Цей підхід використовує ці статистичні характеристики як вектор класифікації в діагностиці. Однак, наприклад, для діагностики різних типів аритмій потрібен аналіз великих обсягів даних. Тому обидва підходи вимагають значного часу обчислення [42]. При високих вимогах до ефективності [37] зменшують розмірність вектору класифікації, визначаючи характерні ознаки фрагментів QRS ЕКГ (рис.1).

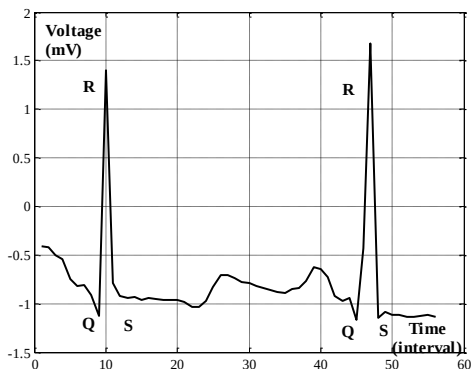
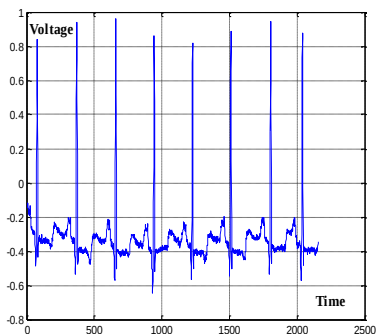
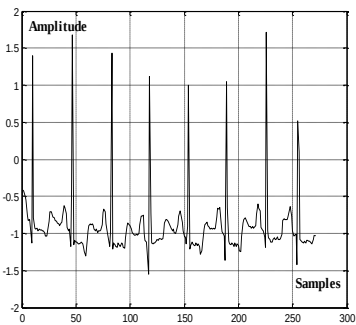


Рисунок 1. Стандартна форма хвилі ЕКГ з комплексом QRS [28]

Слід також зазначити, що розмірність вектору ознак змінюється під час ідентифікації для різних захворювань [40]. Так, наприклад, ряд авторів визначають рівні обробки за допомогою як вибору вейвлет-функції та масштабу вейвлет-функцій [48]. Такий підхід при аналізі довготривалих ЕКГ, наприклад, при використанні холтерівського моніторингу [49], дозволяє зменшити розмір початкового набору даних (рис.2, а) під час обробки (рис.2, б). Для пошуку екстремуму полімодальних функцій було розроблено метод оптимізації з використанням вейвлет-функцій. При цьому була досліджена завадостійкість та погрішність пошуку екстремуму.



a



б

Рисунок 2. Сигнал ЕКГ на різних етапах аналізу: (а) – вхідний сигнал ЕКГ, (б) – коефіцієнт ВФ Добеші [28]

На першому етапі було досліджено погрішність визначення координати екстремуму для ВФ Хаара $\Psi_1(i)$ та гіперболічної ВФ $\Psi_3(i)$

$$\Psi_3(i) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha_k(|i|+1)}, & \text{если } i > 0, \\ -\frac{1}{\alpha_k(|i|+1)}, & \text{если } i < 0, \end{cases}$$

$$i \in \left[-\frac{s_k}{2}, +\frac{s_k}{2}\right], \quad i \neq 0.$$

Для цього було синтезовано асиметричну тестову функцію $f_1(x) = x^2 \cdot e^{xm}$, з $m = 0 \dots 0,005$ – коефіцієнтом регулювання асиметрії і $x \in (-500; 500)$. Встановлено, що для кроку дискретизації $a = 50$ і довжини носія ВФ $s_1 = 10$ відносна погрішність d визначення координати оптимуму функції $f_1(x)$ з ВФ $\Psi_1(i)$ не залежить від стартової точки пошуку, прямо пропорційна коефіцієнту асиметрії і для максимального досліджуваного значення $m = 0,005$ складає $0,3\%$ (крива 1 на рис. 3). Абсолютна погрішність складає $0,3$. Для оцінки з гіперболічною ВФ $\Psi_3(i)$ ці погрішності $0,1\%$ (крива 2 на рис. 3) і $0,08$ відповідно.

Досліджено швидкість збіжності методу пошуку екстремуму в порівнянні з методом градієнтного спуску. Дослідження проводились з допомогою функції «яр Розенброка» $f_2(x) = 100(x_2 - x_1^2) + (1 - x_1)^2$. У цієї функції при $x \in (-2,048; 2,048)$ глобальний мінімум $f_2(x) = 0$ при значеннях $x_1 = 1, \quad x_2 = 1$. При дослідженні було прийнято – крок дискретизації ВФ $a = 0,0005$ і довжина носія $s_k = 10$. Метод на основі обробки з ВФ Хаара і гіперболічної ВФ дозволив досягти екстремума в $1,7$ разів швидше (за кількістю ітерацій) у порівнянні з методом градієнтного спуску.

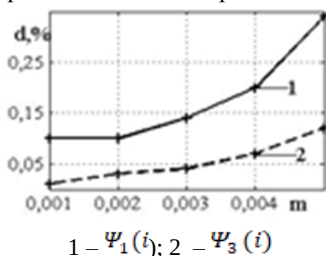


Рисунок 3. Залежність відносної погрішності d від коефіцієнта асиметрії m при вивченні екстремуму з різними вейвлет-функціями

Досліджено чутливість розробленого методу оптимізації до локальних екстремумів і стартовій точці пошуку з допомогою функції Швєфеля $f_3(x) = 418,9829 + (-x \cdot \sin \sqrt{|x|})$ (з хибним глобальним мінімумом). У цієї функції при $x \in (-500; 500)$ глобальний мінімум $f_3(x) = 0$ при $x = 420,9829$. При дослідженні точку старту обирали випадковим чином.

В результаті досліджень встановлено, що метод градієнтного спуску дозволяв знайти найближчий до старту мінімум, а метод з обробкою на основі вейвлет-функцій дозволив досягти глобального мінімуму з погрешністю $\delta \leq 10^{-2}$ в 122 випадках з 150. Тобто було досягнуто ймовірність визначення координати екстремуму 0,8. Глобальний мінімум не був знайдений, коли значення точки старту обирались поза межами інтервалу $x \in (-420; 470)$. Було досліджено також завадостійкість методу з використанням функції Де Йонга 1 $f_4(x) = x^2$ (при $x \in (-205; 205)$) з додаванням завади (рис.4). Завада була розподілена за нормальним законом з нульовим середнім значенням і середньоквадратичним відхиленням (СКВ) від 0 до 40000, максимальне значення функції було $f_4(x) = 42000$. Встановлено, що при відношенні сигнал/завада по амплитуді від 1,05 метод дозволив вийти в область глобального мінімуму з погрешністю $\delta \leq 10^{-2}$.

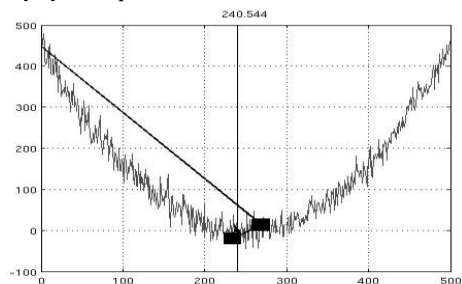


Рисунок 4. Траєкторія пошуку екстремуму на етапі обробки з ВФ

Хаара $\Psi_1(i)$ для функції $f_4(x) = x^2$ з додаванням шуму

Автори запропонували метод пошуку екстремумів періодичних сигналів використовуючи ряд етапів цього методу [28] для визначення інтервалів між R-хвилями ЕКГ.

У цій роботі використовувалися лише етапи обробки сигналів з допомогою вейвлет-функції Хаара [14, 15, 48], були підібрані параметри методу та оцінено їх вплив на швидкодію процедури оцінки координат екстремумів.

4. Дослідження методу пошуку координат екстремумів періодичних сигналів ЕКГ

В результаті досліджень завадостійкості, швидкості збіжності та похибки в роботі для оцінки напрямку пошуку координати екстремуму в (3) потрібно використовувати симетричні та нестационарні вейвлет-функції – ВФ Хаара [14, 15, 48]. Координата екстремуму при цьому оцінюється по ітераційній схемі

$$c[n] = c[n-1] - \gamma[n]WT_k(Q(x[n], c[n-1])), \quad (3)$$

де $\gamma[n]$ – крок; n – номер ітерації; k – номер старту; WT_k – визначає напрям

переміщення пошуку до екстремуму і обчислюється згідно:

$$WT_k(Q(x[n], c[n-1])) = \{G_{1k}, G_{2k}, \dots, G_{Nk}\}, \quad (4)$$

де G_{jk} – результат обробки по j -ій змінній:

$$G_{jk} = \frac{1}{s_k} \sum_{\substack{i=-\frac{s_k}{2} \\ i \neq 0}}^{\frac{s_k}{2}} Q(x[n], c_j + ia) \cdot \Psi_k(i) \quad (5)$$

де s_k – довжина носія ВФ; a – крок дискретизації ВФ; $\Psi_k(i)$ – ВФ Хаара на k -ому старті; $j=1, \dots, N$ – розмірність вектору параметрів.

Такий підхід дозволяє визначити діапазон зміни координат екстремуму [12, 28]. Тут δ_1 – погрішність пошуку оптимуму старта (визначається на етапі апріорних досліджень); δ_2 – погрішність пошуку оптимуму прикладної задачі. Пошук проводиться з урахуванням наступних параметрів: $c[0]$ – початкове наближення до координати оптимуму в першому періоді; $\gamma[1]$ – крок; a – крок дискретизації ВФ; S_1 – довжина носія ВФ першого старту $\Psi_1(i)$; Δ_s – крок зміни довжини носія ВФ $\Psi_1(i)$ при визначенні діапазону координат екстремуму; номер старту $k=1$; номер ітерації $n=1$; A_1 – значення мінімальної висоти екстремуму, що реєструється; ΔR – початкове наближення до значення довжини інтервалу між екстремумами, що реєструються. При пошуку R - піку оцінюється напрям пошуку по (3) в точці наближення до координати оптимуму для старта k . При $k-1$ для цього використовується зважена сума з ВФ Хаара з S_1 (в точці $c[0]$ при $n=1$). Вплив довжини носія для ВФ $\Psi_1(i)$ на швидкодію при аналізі цільової функції досліджено в роботі. На цьому етапі перевіряється знак оцінки по (3)

$$G_{jk} = \frac{1}{s_k} \sum_{\substack{i=-\frac{s_k}{2} \\ i \neq 0}}^{\frac{s_k}{2}} Q(x[n], c_j + ia) \cdot \Psi_k(i)$$

Далі з використанням відомої властивості ВП міняти знак при переході через оптимум, на цьому етапі визначається діапазон зміни координат екстремуму як $c[n-1] \leq c^* < c[n]$. Далі проводиться пошук діапазонів координат оптимуму $Q(z, c)$ по (3) при k до закінчення набору даних, що досліджується.

Для скорочення об'єму даних аналізу та зниження рівню шуму сигналу ЕКГ проведено ВП сигналу ЕКГ з допомогою ВФ Добеши [45]. Визначення просторових координат R -пиків проводиться шляхом пошуку координат екстремумів періодичних сигналів за допомогою розробленого методу. У роботі досліджено сигнали з MIT/BIN Arrhythmia Database [50]. Для

послідовності (рис.2, б) визначено координати перших 7 екстремумів та інтервали між ними.

5. Висновки та перспективи подальших досліджень

У роботі оцінювався вплив зміни значення довжини носія S_k на швидкодію. Після зміни знака ВП при переході через оптимум визначається діапазон зміни координат екстремуму як $[c^{n-1}] \leq c^* < [c^n]$. Далі визначається довжина носія ВФ S_k для пошуку наступного екстремуму в наборі даних. Значення S_k в процесі дослідження змінюється від 18 до 34. При цьому через інтегральний характер ВП Хаара при збільшенні довжини носія ВФ координата наступного кроку пошуку в більшому чи меншому ступеню зміщується до екстремуму наступного періоду. Так, при зміні значень S_k від 18 до 34, і величині $\gamma = 1.7$ час пошуку координат R-піків змінювався не більше, ніж на 12% (при початковому значенні $s_1 = 4$). Також проведено оцінку впливу величини кроку $\gamma[n]$ на швидкодію. Так (при початковому значенні $S_k = 4$) та зміні γ від 1.4 до 2.0 час визначення координат перших 7 екстремумів (рис.2, б) збільшився на 6%. У порівнянні з базовим методом [28], де пошук інтервалів здійснювався шляхом послідовної багатоступінчастої обробки спочатку з допомогою ВФ Хаара, а далі – з допомогою гіперболічних ВФ, швидкодію було покращено на 11%.

Відносні погрішності при визначенні склали: для координат R-піків не більше 1,6%, для довжини інтервалів між ними - не більше 2,6%. При дослідженні завадостійкості відносна погрішність визначення довжини R-R інтервалів - менше 4% при відношенні сигнал/шум по амплітуді 20...10. Ці результати дозволяють рекомендувати розроблений метод для використання в інформаційних технологіях телемедицини, при підвищенні рівня шумів в сигналах ЕКГ та малих вибірках досліджуваних даних. При подальших дослідженнях планується оцінка впливу величини $\gamma[n]$ та довжини носія ВФ S_k на швидкодію та зниження впливу крайових ефектів на достовірність визначення координат екстремумів.

Література

1. Polyakova, M., & Krylov, V. (2014). Classification of methods of the signal semantic wavelet transform for image contour segmentation. *International Journal of Computing*, 7(1), 51–57. <https://doi.org/10.47839/ijc.7.1.489>
2. Gonzalez, R., & Woods, R. (2002). *Digital Image Processing* (2nd ed.). Prentice Hall.
3. Janocki, M., Becker, A., Jakab, L., Grof, R., & Takacs, T. (2013). Automatic optical inspection of soldering. In Y. Mastai (Ed.), *Materials Science: Advanced Topics* (pp. 387–442). IntechOpen. <http://www.intechopen.com/books/materials-science-advanced-topics/automatic-optical-inspection-of-soldering>
4. Shcherbakova, G., Krylov, V., Pisarenko, R., & Kuzmenko, V. (2013). Wavelet transform domain adaptive clustering for electronic product quality

inspection. In Proceedings of the 7th *IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2013)* (Vol. 1, pp. 153–156). Berlin, Germany, 12–14 September 2013.

5. Gayani, K. S., Jacob, V., & Nair, K. (2014). Automation of ECG heart beat detection using morphological filtering and Daubechies wavelet transform. *IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN)*, 4(12), 53–58.

6. Prashar, N., Sood, M., & Jain, S. (2021). Design and implementation of a robust noise removal system in ECG signals using dualtree complex wavelet transform. *Biomedical Signal Processing and Control*, 63, 102212. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2020.102212>

7. Atamanyuk, I., et al. (2023). Computational method of the cardiovascular diseases classification based on a generalized nonlinear canonical decomposition of random sequences. *Scientific Reports*, 13, 59. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-27318-0>

8. Shcherbakova, G., Antoshchuk, S., Koshutina, D., & Sakhno, K. (2024). Adaptive clustering for distribution parameter estimation in technical diagnostics. *Proceedings of International Conference on Applied Innovation in IT*, 12(1), 123–128. <https://doi.org/10.25673/115667>

9. Antoshchuk, S., Shcherbakova, G., Kondratiev, S., Koshutina, D., & Usov, O. (2024). Method of optimization based on wavelet transform for approximate depth estimation. In S. Vychuzhanin (Ed.), *Information Control Systems and Technologies (ICST-Odesa-2024): Materials of XII International Scientific-Practical Conference*, 23–25 September 2024 (pp. 123–127). Odesa: Helvetika.

10. Zheng, Y., Shcherbakova, G., Rusyn, B., Sachenko, A., Volkova, N., Kliushnikov, I., & Antoshchuk, S. (2025). Wavelet transform cluster analysis of UAV images for sustainable development of smart regions due to inspecting transport infrastructure. *Sustainability*, 17, 927. <https://doi.org/10.3390/su17030927>

11. Polyak, B. T. (1987). Introduction to Optimization. New York: Optimization Software.

12. Shcherbakova, G., Gerganov, M., Antoshchuk, S., Polyakova, M., & Sachenko, A., Krylov, V. (2018). Areal multistart method of optimization for image recognition. In *IEEE Second International Conference on Data Stream Mining & Processing*, 605–608. Lviv, Ukraine.

13. Tsypkin, Y. Z. (1971). Adaptation and learning in automatic systems. New York and London: *Academic Press*.

14. Walsh, J. L. (1923). A property of Haar's system of orthonormal functions. *Mathematische Annalen*, 90, 38–45.

15. Price, J. J., & Zink, R. E. (1965). On sets of completeness of Haar functions. *Transactions of the American Mathematical Society*, 119(2), 262–269.

16. Strongin, R. G., & Sergeyev, Y. D. (2000). Global optimization with non-convex constraints: Sequential and parallel algorithms. Dordrecht: *Kluwer Academic Publishers*.

17. Kearfott, R. B., & Kreinovich, V. (1996). Review of techniques in the verified solution of constrained global optimization problems. In R. B. Kearfott & V. Kreinovich (Eds.), *Applications of interval computations* (pp. 23–60). Dordrecht: Kluwer.
18. Hansen, E. (2004). *Global optimization using interval analysis*. New York: Marcel Dekker.
19. Moore, R. E., Kearfott, R. B., & Cloud, M. J. (2009). *Introduction to interval analysis*. Philadelphia: SIAM.
20. Shary, S. P. (2008). Randomized algorithms in interval global optimization. *Numerical Analysis and Applications*, 1, 376–389.
21. Shary, S. P. (2001). A surprising approach in interval global optimization. *Reliable Computing*, 7, 497–505.
22. Jaulin, L., Kieffer, M., Didrit, O., & Walter, É. (2001). *Applied interval analysis*. London: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0249-6>
23. Zhigljavsky, A., & Zilinskas, A. (2008). *Stochastic global optimization*. Berlin: Springer.
24. Mikhalev, A. S., & Rouban, A. I. (2015). Algorithms of global optimization of functions on set of the mixed variables: Continuous and discrete with unordered possible values. *Advances in Modelling & Analysis: Series D*, 20(1), 56–75.
25. Kumari, M., & Mehta, P. (2012). QRS complex detection of ECG signal using wavelet transform. *International Journal of Applied Engineering Research*, 7(11).
26. Gayani, K. S., Jacob, V., & Nair, K. (2014). Automation of ECG heart beat detection using morphological filtering and Daubechies wavelet transform. *IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN)*, 4(12), 53–58.
27. Antoshchuk, S. G., Arsiriy, E. A., Babilunga, O. Y., Volkova, N. P., Galchonkov, O. M., Shcherbakova, G. Y., Nikolenko, A. A., Kondratiev, S. B., Kostenko, V. L., & Yadrova, M. V. (2022). Analysis and recognition of images in the wavelet transform space. Odessa: Bondarenko M. A. ISBN 978-617-8005-62-7
28. Shcherbakova, G., Shi, H.-S., Krylov, V., Bilous, N., & Antoshchuk, S. (2017). Estimation of the duration of RR-intervals of electrocardiograms by means of multi-start optimization based on wavelet transformation. In *IEEE 9th International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems*, 438–440. Bucharest, Romania.
29. Kreinovich, V., & Kearfott, R. B. (2005). Beyond convex global optimization is feasible only for convex objective functions: A theorem. *Journal of Global Optimization*, 33(4), 617–624.
30. Pardalos, P. M., Žilinskas, A., & Žilinskas, J. (2017). Non-convex multi-objective optimization. *Springer Optimization and Its Applications*, 123. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-61007-8>
31. Gill, P. E., Murray, W., & Wright, M. H. (1981). *Practical optimization*. New York: Academic Press.

32. Nocedal, J., & Wright, S. J. (1999). Numerical optimization. Springer-Verlag.
33. Avriel, M. (2003). Nonlinear programming: Analysis and methods. Dover Publishing.
34. Liu, W., Li, S., Chen, M., Fang, Y., Cha, L., & Wang, Z. (2020). Fault diagnosis for attitude sensors based on analytical redundancy and wavelet transform. 2020 *Chinese Automation Congress (CAC)*, 6471–6476. Shanghai, China. <https://doi.org/10.1109/CAC51589.2020.9327370>
35. Prashar, N., Sood, M., & Jain, S. (2021). Design and implementation of a robust noise removal system in ECG signals using dualtree complex wavelet transform. *Biomedical Signal Processing and Control*, 63, 102212. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2020.102212>
36. Kumar, M., Pachori, R. B., & Acharya, U. R. (2017). Automated diagnosis of myocardial infarction ECG signals using sample entropy in flexible analytic wavelet transform framework. *Entropy*, 19(9), 488. <https://doi.org/10.3390/e19090488>
37. Ferreira Jr, M., & Zanesco, A. (2016). Heart rate variability as important approach for assessment autonomic modulation. Motriz: *Revista de Educação Física*, 22, 3–8. <https://doi.org/10.1590/S1980-65742016000200001>
38. Sundararaj, V. (2019). Optimised denoising scheme via opposition-based self-adaptive learning PSO algorithm for wavelet-based ECG signal noise reduction. *International Journal of Biomedical Engineering and Technology*, 31(4), 325–345. <https://doi.org/10.1504/IJBET.2019.103242>
39. Jacob, V., & Nair, K. N. R. (2014). Automation of ECG heart beat detection using morphological filtering and Daubechies wavelet transform. *IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN)*, 4(12), 53–58. <https://doi.org/10.9790/3021-041215358>
40. Shebanin, V., et al. (2017). Canonical mathematical model and information technology for cardio-vascular diseases diagnostics. 2017 14th International Conference *The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics*, 438–440. <https://doi.org/10.1109/CADSM.2017.7916170>
41. Dyvak, M., & Pukas, A. (2005). Criterion of design of experiments for tasks of decision support interval model creation. 2005 IEEE Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: *Technology and Applications*, 495–497. <https://doi.org/10.1109/IDAACS.2005.283032>
42. Gutierrez-Ojeda, J., Ponomaryov, V., Almaraz-Damian, J.-A., Reyes-Reyes, R., & Cruz-Ramos, C. (2023). ECG arrhythmia classification using recurrence plot and ResNet-18. *International Journal of Computing*, 22(2), 140–148. <https://doi.org/10.47839/ijc.22.2.3083>
43. Porplytsya, N., Dyvak, M., Spivak, I., & Voytyuk, I. (2015). Mathematical and algorithmic foundations for implementation of the method for structure identification of interval difference operator based on functioning of bee colony. *The Experience of Designing and Application of CAD Systems in*

Microelectronics, 196–199. <https://doi.org/10.1109/CADSM.2015.7230834>

44. Bhuvaneswari Amma, N. (2012). Cardiovascular disease prediction system using genetic algorithm and neural network. In 2012 *International Conference on Computing, Communication and Applications*, 1–5. <https://doi.org/10.1109/ICCCA.2012.6179185>

45. Daubechies, I. (1992). Ten lectures on wavelets (CBMS-NSF Lecture Notes, no. 61). <https://jqichina.files.wordpress.com/2012/02/ten-lectures-of-wavelet>

46. Gupta, V., Saxena, N. K., Kanungo, A., Gupta, A., & Kumar, P. (2022). A review of different ECG classification/detection techniques for improved medical applications. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 1–15. <https://doi.org/10.1007/s13198-021-01548-3>

47. Xie, L., Li, Z., Zhou, Y., He, Y., & Zhu, J. (2020). Computational diagnostic techniques for electrocardiogram signal analysis. *Sensors*, 20(21), 6318. <https://doi.org/10.3390/s20216318>

48. Huan, W., Shcherbakova, G., Sachenko, A., Yan, L., Volkova, N., Rusyn, B., & Molga, A. (2023). Haar wavelet-based classification method for visual information processing systems. *Applied Sciences*, 13(9), 5515. <https://doi.org/10.3390/app13095515>

49. Cesari, M., Mehlsen, J., Mehlsen, A. B., & Sorensen, H. B. D. (2017). A new wavelet-based ECG delineator for the evaluation of the ventricular innervation. *IEEE Journal of Translational Engineering in Health and Medicine*, 5, 1–15. <https://doi.org/10.1109/JTEHM.2017.2722998>

50. MIT/BIH Arrhythmia Database. (2025). Retrieved April 15, 2025, from <http://physionet.org/physiobank/database/mitdb/>

IMPROVEMENT OF ELECTROCARDIOGRAM PARAMETER SEARCH USING WAVELET-FUNCTION-BASED OPTIMIZATION

D. Koshutina^{1[0009-0004-1326-8775]}, **Dr.Sci. S. Antoshchuk**^{2[0000-0002-9346-145X]},

Dr.Sci. G. Shcherbakova^{3[0000-0003-0475-3854]}

Odessa Polytechnic National University, Ukraine

EMAIL: ¹d.v.koshutina@op.edu.ua,²asg@op.edu.ua,

³galina.sherbakova@op.edu.ua

Abstract. Optimization methods are investigated and developed for multimodal noised goal function in the automation technical and medical diagnostics tasks. Using the wavelet transform capabilities, this method allows to determine the coordinate of the extremum of the noisy or multi extremal objective function. Such a property may be necessary in a wide range of applications, for example, in monitoring the quality for critical applications equipment, in electrocardiogram monitoring. In the development of automated systems (AS) and their procedures based on image processing, often a necessity arises to fall within a given range of efficiency, corresponding to processing objectives (the

**INFORMATION CONTROL SYSTEMS AND INTELLIGENT
TECHNOLOGIES.
ADVANCES AND APPLICATIONS**

area of pragmatic sufficiency). This can occur with the improvement of medicines in medicine, with changing observation conditions in tracking systems for moving objects. Therefore, it is important to create procedures for such systems that allow for the adjustment of parameters. Since a significant part of the procedures of such ASs (identification, clustering and segmentation) is implemented on the basis of optimization methods, optimization methods are needed that allow such ranges of parameters to be determined. The wavelet analysis apparatus allows to extend the capabilities of the optimization method. When determining extremum's coordinate, a well-known property of the wavelet transformation can be used to change the sign when passing through the extremum. Method of optimization on Haar's wavelet function based is proposed and investigated. Implementation of this method is described. Proposed technique can be used in a wide range of the important applications which are characterized by the high level of a noise

Keywords: *optimization, wavelet transformation, Haar's wavelet function, wavelet domain, sub gradient.*